

Μάθημα 106

Γράφοι

Ασκήσεις

Σωστό – Λάθος / σελίδες 163 – 164

136. Σε κάθε κόμβο ενός γράφου μπορεί να δείχνουν (με τον δείκτη τους) περισσότεροι από ένας κόμβοι. Σ Λ
137. Οι λίστες και τα δένδρα μπορούν να θεωρηθούν γράφοι. Σ Λ
138. Σε έναν γράφο κάθε κόμβος συνδέεται με έναν άλλο κόμβο. Σ Λ
139. Οι γράφοι καταλαμβάνουν πάντα συνεχόμενες θέσεις μνήμης στο υπολογιστικό σύστημα. Σ Λ
140. Οι γράφοι είναι γραμμικές δομές δεδομένων. Σ Λ
141. Οι γράφοι είναι δυναμικές δομές δεδομένων. Σ Λ
142. Οι λίστες και τα δένδρα είναι τελικά υποσύνολα των γράφων. Σ Λ
143. Κάθε δένδρο αποτελεί γράφο. Σ Λ
144. Ένα δένδρο μπορεί να έχει μόνο μονόδρομες συνδέσεις γονέα-παιδιού, σε αντίθεση με έναν γράφο. Σ Λ
145. Ένας γράφος, σε αντίθεση με ένα δένδρο, μπορεί να έχει βρόχους ή κυκλικούς δεσμούς. Σ Λ
146. Οι ακμές εντός γράφου μπορεί να μην έχουν κατεύθυνση (να είναι αμφίδρομη σχέση). Σ Λ
147. Σε έναν γράφο, κάθε κόμβος μπορεί δυνητικά να συνδεθεί με οποιονδήποτε άλλο κόμβο. Σ Λ
148. Σε έναν γράφο μπορεί να υπάρχουν περισσότερες από μία ρίζες. Σ Λ
149. Ένας γράφος ^{υποχρεωτικά} δεν έχει ρίζες. Σ Λ

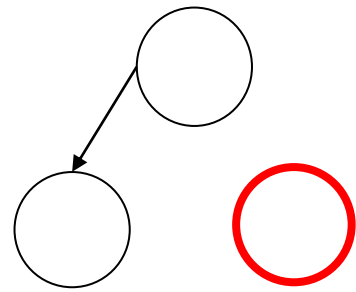
Σωστό – Λάθος / σελίδες 163 – 164

150. Με γράφους μπορούν να απεικονιστούν οι σχέσεις σε ένα κοινωνικό δίκτυο, στον φυσικό ή στον ηλεκτρονικό κόσμο. Σ Λ
151. Ένας γράφος μπορεί να έχει βρόχους ή κυκλικούς δεσμούς. Σ Λ
152. Δεν υπάρχουν μη κατευθυνόμενοι γράφοι. Σ Λ
153. Τα δένδρα δεν έχουν διαφορές από τους γράφους. Σ Λ
154. Οι γράφοι έχουν μεγάλη εφαρμογή στην ανθρώπινη δραστηριότητα. Σ Λ
155. Υπάρχει περίπτωση σε γράφο κάποιος κόμβος να μην έχει σύνδεση σε όλους τους άλλους κόμβους. Σ Λ
156. Ένας γράφος μπορεί να παρασταθεί με πίνακα. Σ Λ

Άσκηση 89 / σελίδα 187

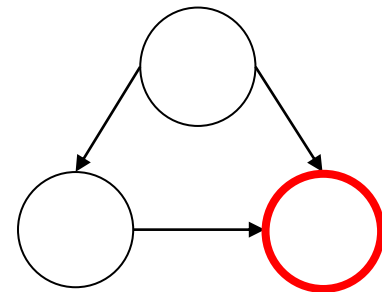
Ποιες από τις παρακάτω δομές είναι δένδρα και ποιες είναι γράφοι; Προσπαθήστε να εξηγήσετε το γιατί.

α.



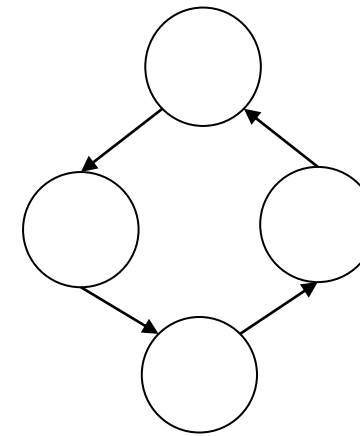
Κόμβος χωρίς γονέα
Δύο ρίζες

β.



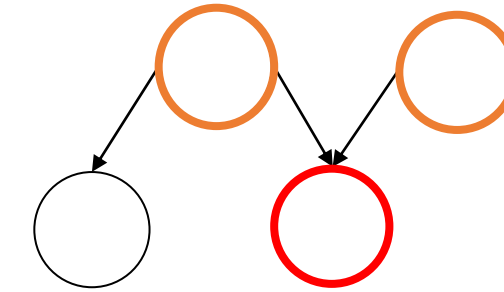
Κόμβος με
δύο γονείς

γ.



Δεν έχει ρίζα

δ.



Κόμβος με δύο γονείς
Δύο ρίζες

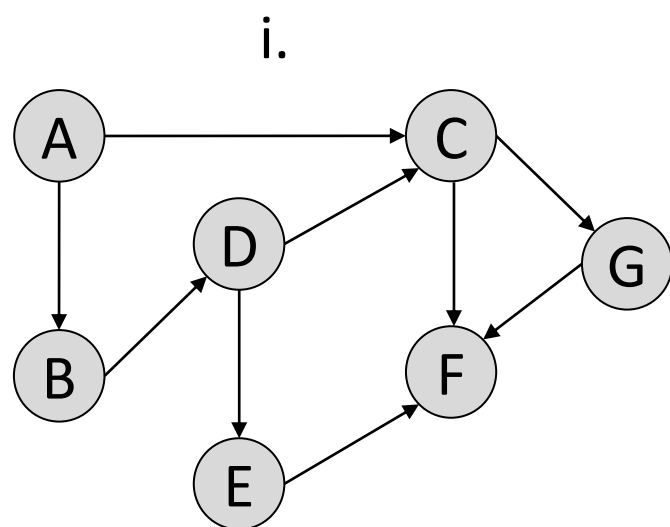
Κανένας από τους παραπάνω γράφους δεν είναι δένδρο.

Άσκηση 90 / σελίδα 187

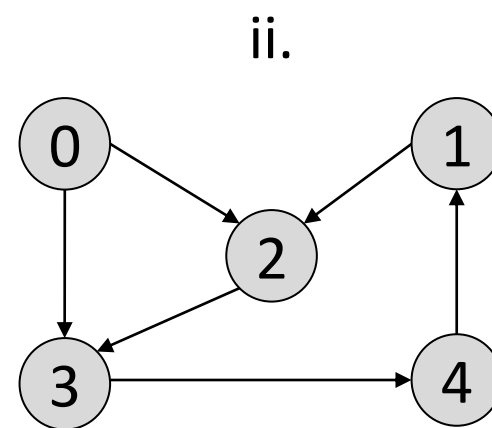
Για καθέναν από τους επόμενους γράφους:

α. Να εντοπίσετε τους κατευθυνόμενους.

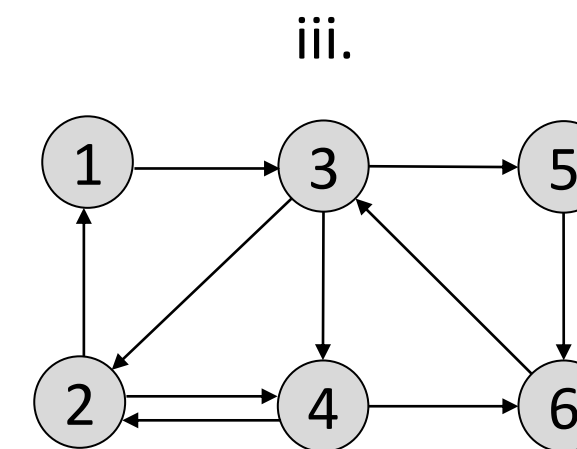
β. Για τους κατευθυνόμενους γράφους, να απαντήσετε στο ερώτημα αν υπάρχει η δυνατότητα μετακίνησης από τον πρώτο κόμβο (0 ή 1 ή A) σε όλους τους άλλους.



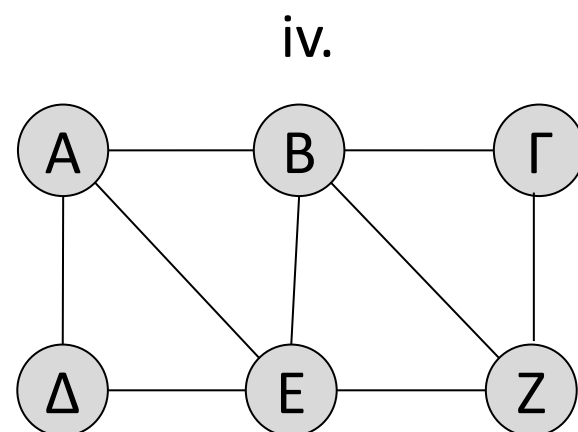
Κατευθυνόμενος
ΝΑΙ



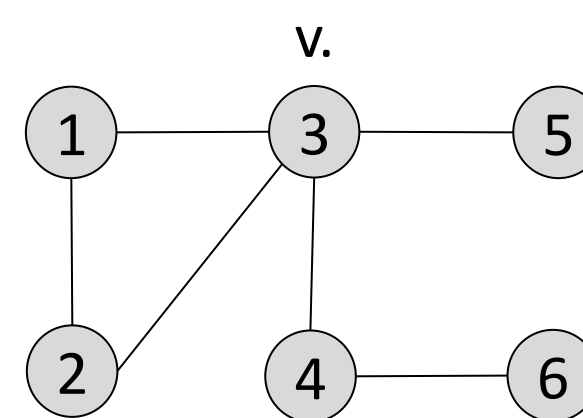
Κατευθυνόμενος
ΝΑΙ



Μεικτός



Μη
Κατευθυνόμενος



Μη
Κατευθυνόμενος

Άσκηση 91 / σελίδα 187

Το δίκτυο λεωφορείων έχει έξι σταθμούς που αποτυπώνονται με τα γράμματα A, B, C, D, E και F. Δεν είναι συνδεδεμένοι όλοι οι σταθμοί με τους υπόλοιπους, αλλά ισχύει ότι:

- Ο σταθμός A είναι συνδεδεμένος με τους σταθμούς B και D.
- Ο σταθμός B είναι συνδεδεμένος με τους σταθμούς A, C και D.
- Ο σταθμός C είναι συνδεδεμένος με τους σταθμούς B και E.
- Ο σταθμός D είναι συνδεδεμένος με τους σταθμούς A, B και E.
- Ο σταθμός E είναι συνδεδεμένος με τους σταθμούς C, D και F.
- Ο σταθμός F είναι συνδεδεμένος με τον σταθμό E.

Επισημαίνεται ότι προβλέπονται διπλά δρομολόγια μεταξύ όλων των σταθμών.

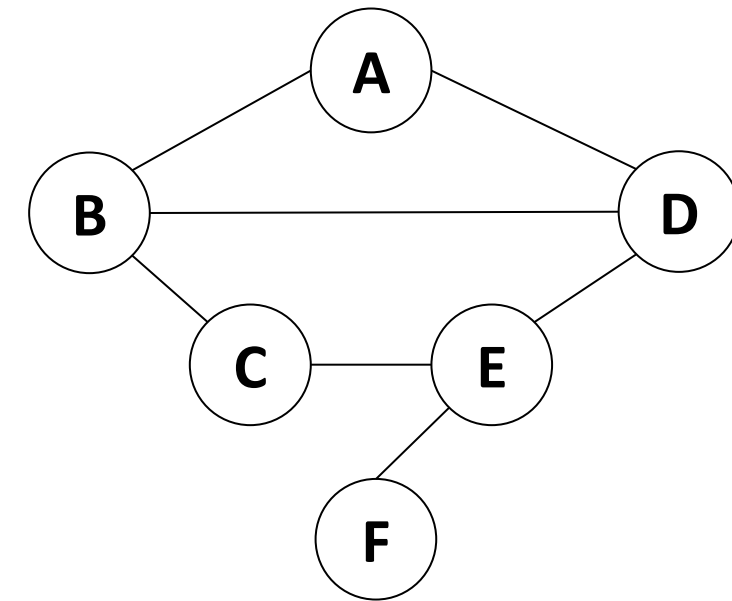
α. Τι τύπο γράφου θα επιλέξετε;

Μη κατευθυνόμενο

Να σχεδιάσετε τον γράφο που μοντελοποιεί την παραπάνω περιγραφή.

β. Πόσα δρομολόγια (ακμές) υπάρχουν;

Επτά διπλά δρομολόγια



Άσκηση 92 / σελίδα 188

Μία εταιρεία έχει καταστήματα σε έξι σημεία της πόλης. Κάθε κατάστημα αποτυπώνεται με τα γράμματα a, b, c, d, e, f. Οι δρόμοι της πόλης είναι μονοδρομημένοι και έτσι για την αποστολή πακέτων μεταξύ των καταστημάτων ισχύει ότι:

- Το κατάστημα a μπορεί να αποστείλει πακέτα στα b, e και να λάβει πακέτα από το d.
- Το κατάστημα b μπορεί να λάβει πακέτα από το a.
- Το κατάστημα c μπορεί να λάβει πακέτα από τα d, f.
- Το κατάστημα d μπορεί να αποστείλει πακέτα στα a, c και να λάβει πακέτα από το e.
- Το κατάστημα e μπορεί να αποστείλει πακέτα στα d, f και να λάβει πακέτα από το a.
- Το κατάστημα f μπορεί να αποστείλει πακέτα στο c και να λάβει πακέτα από το e.

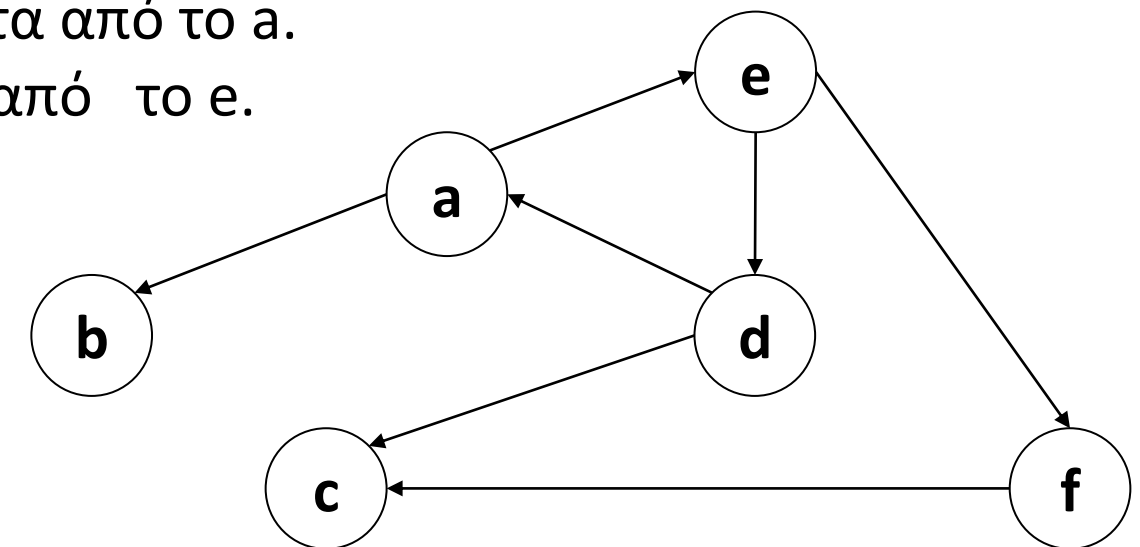
α. Τι τύπο γράφου θα επιλέξετε;

Κατευθυνόμενο

Να σχεδιάσετε τον γράφο που μοντελοποιεί την παραπάνω περιγραφή.

β. Πόσα δρομολόγια (ακμές) υπάρχουν;

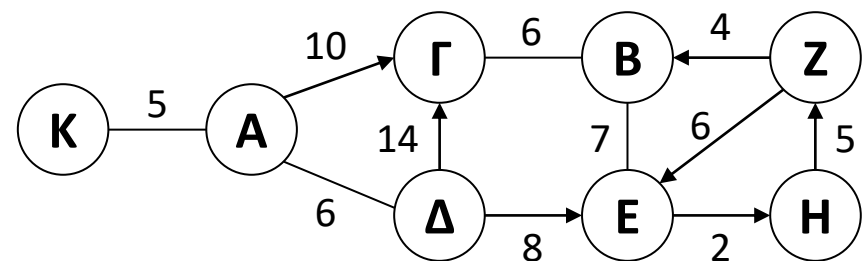
Επτά απλά δρομολόγια



Άσκηση 93 / σελίδα 188

Η εταιρεία λεωφορείων του δήμου Βόλου έχει αποτυπώσει στον διπλανό πίνακα τα δρομολόγια μεταξύ των περιοχών του δήμου και τον χρόνο της μετακίνησης (σε λεπτά) σε κάθε περίπτωση.

- α. Να σχεδιάσετε τον γράφο που μοντελοποιεί την παραπάνω περιγραφή.
Τι τύπο γράφου θα επιλέξετε;



Μεικτός γράφος

- β. Υπάρχει τρόπος ένας επιβάτης από τον σταθμό A να μεταβεί σε όλους τους άλλους σταθμούς; Να αποτυπώσετε τα σχετικά μονοπάτια.

$A \rightarrow \Gamma \rightarrow B$

$A \rightarrow \Delta \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow Z$

$A \rightarrow K$

- γ. Να αποτυπώσετε όλες τις διαδρομές για τη μετάβαση από την πόλη A στην πόλη Z και να εντοπίσετε τη συντομότερη.

$A \xrightarrow{6} \Delta \xrightarrow{8} E \xrightarrow{2} H \xrightarrow{5} Z \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{21}$

$A \xrightarrow{6} \Delta \xrightarrow{14} \Gamma \xrightarrow{6} B \xrightarrow{7} E \xrightarrow{2} H \xrightarrow{5} Z \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{40}$

$A \xrightarrow{10} \Gamma \xrightarrow{6} B \xrightarrow{7} E \xrightarrow{2} H \xrightarrow{5} Z \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{30}$

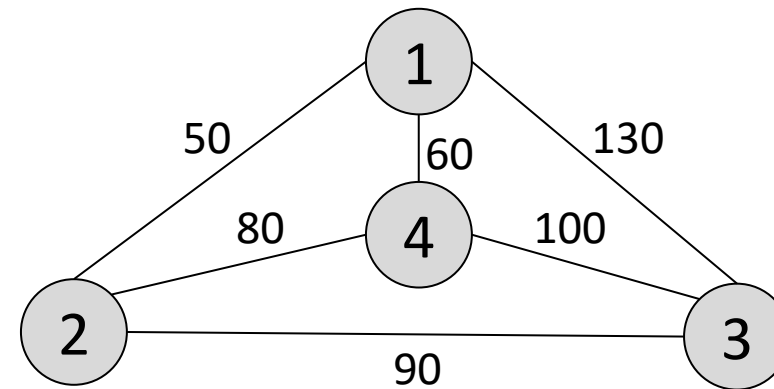
- δ. Υπάρχουν σταθμοί που είναι απομονωμένοι, δηλαδή χωρίς μονοπάτι προς αυτούς από τους υπόλοιπους; **ΟΧΙ**

Αφετηρία	Προορισμός	Χρόνος
A	K	5
A	Δ	6
Δ	E	8
K	A	5
Γ	B	6
B	Γ	6
A	Γ	10
Δ	A	6
Δ	Γ	14
B	E	7
E	H	2
H	Z	5
E	B	7
Z	B	4
Z	E	6

Άσκηση 94 / σελίδα 189

Δίνεται ο παρακάτω μη κατευθυνόμενος γράφος, ο οποίος περιέχει τις πόλεις της περιφέρειας της Θεσσαλίας (με αρίθμηση 1 έως και 4) και τις συνδέσεις μεταξύ τους.

Η χιλιομετρική απόσταση της σύνδεσης των πόλεων έχει αποτυπωθεί αριθμητικά πάνω σε κάθε ακμή του γράφου.



Επιθυμούμε ο ταχυδρομικός διανομέας να ξεκινήσει από την πόλη 1, να διασχίσει όλες τις άλλες πόλεις, περνώντας μία φορά από καθεμία, για να μοιράσει επιστολές, και να επιστρέψει στην πόλη 1.

Ποια είναι η συντομότερη διαδρομή για τη μετακίνηση; Με ποιον τρόπο θα βρείτε την απάντηση;

$$1 \xrightarrow{50} 2 \xrightarrow{90} 3 \xrightarrow{100} 4 \xrightarrow{60} 1 \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{300}$$

$$1 \xrightarrow{50} 2 \xrightarrow{80} 4 \xrightarrow{100} 3 \xrightarrow{130} 1 \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{360}$$

$$1 \xrightarrow{130} 3 \xrightarrow{90} 2 \xrightarrow{80} 4 \xrightarrow{60} 1 \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{360}$$

$$1 \xrightarrow{130} 3 \xrightarrow{100} 4 \xrightarrow{80} 2 \xrightarrow{50} 1 \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{360}$$

$$1 \xrightarrow{60} 4 \xrightarrow{80} 2 \xrightarrow{90} 3 \xrightarrow{130} 1 \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{360}$$

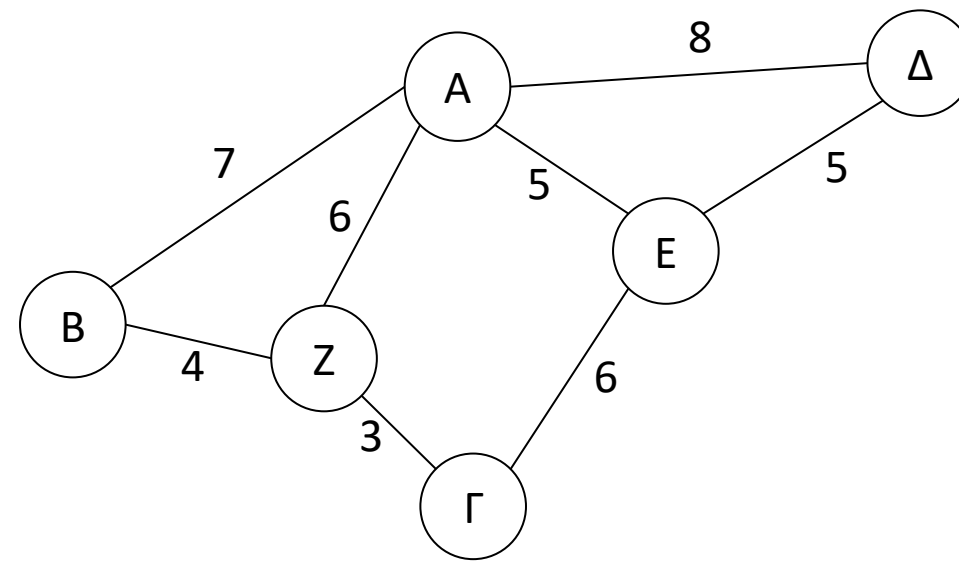
$$1 \xrightarrow{60} 4 \xrightarrow{100} 3 \xrightarrow{90} 2 \xrightarrow{50} 1 \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{300}$$

Η σκέψη να πηγαίνουμε κάθε φορά προς την πλησιέστερη πόλη, δεν θα δώσει σε αυτή την περίπτωση το σωστό αποτέλεσμα:

$$1 \xrightarrow{50} 2 \xrightarrow{80} 4 \xrightarrow{100} 3 \xrightarrow{130} 1 \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{360}$$

Άσκηση 95 / σελίδα 189

Δίνεται ο παρακάτω μη κατευθυνόμενος γράφος, ο οποίος περιέχει τις πόλεις μίας περιφέρειας (με διακριτικές ονομασίες Α, Β, Γ, Δ, Ε, και Ζ) και τις συνδέσεις μεταξύ τους. Η χιλιομετρική απόσταση της σύνδεσης των πόλεων έχει αποτυπωθεί αριθμητικά πάνω σε κάθε ακμή του γράφου.



α. Υπάρχει τρόπος μετακίνησης από κάθε πόλη σε κάθε άλλη, περνώντας από κάθε πόλη το πολύ μία φορά;

ΝΑΙ

β. Ποια είναι η συντομότερη διαδρομή για τη μετακίνηση από την πόλη Α στην πόλη Γ; Με ποιον τρόπο θα σκεφτείτε για την απάντηση;

$$A \xrightarrow{7} B \xrightarrow{4} Z \xrightarrow{3} \Gamma \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{14}$$

$$A \xrightarrow{6} Z \xrightarrow{3} \Gamma \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{9}$$

$$A \xrightarrow{5} E \xrightarrow{6} \Gamma \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{11}$$

$$A \xrightarrow{8} \Delta \xrightarrow{5} E \xrightarrow{6} \Gamma \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{19}$$

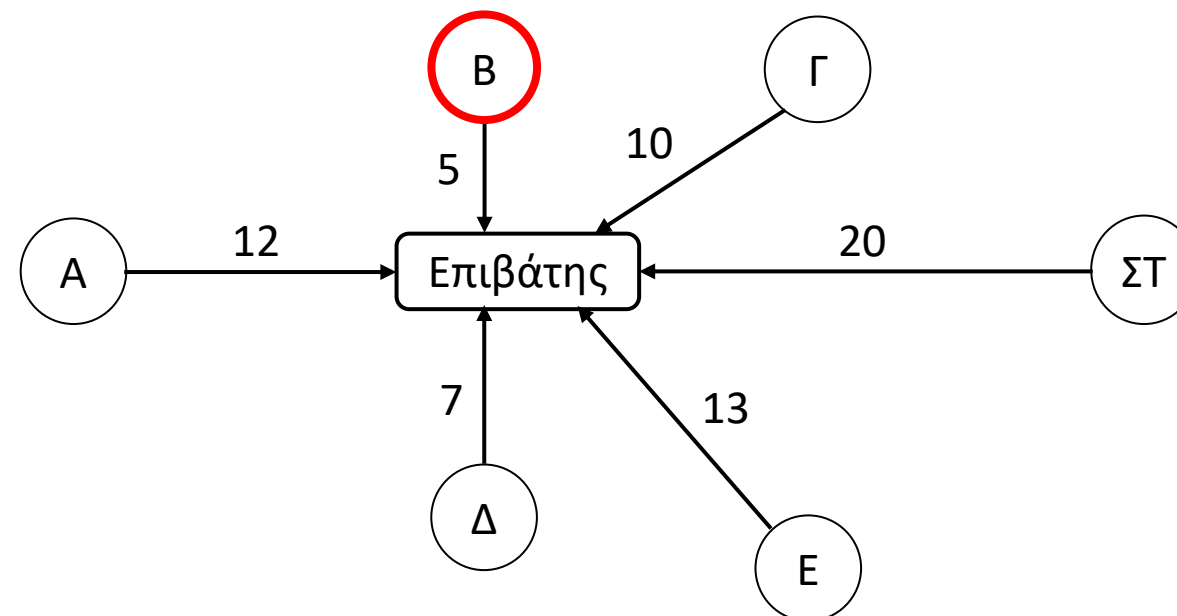
Η σκέψη να πηγαίνουμε κάθε φορά προς την πλησιέστερη πόλη, δεν θα δώσει σε αυτή την περίπτωση το σωστό αποτέλεσμα:

$$A \xrightarrow{5} E \xrightarrow{6} \Gamma \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{11}$$

Άσκηση 96 / σελίδα 189

Ας υποθέσουμε ότι έχετε τηλεφωνήσει για να έρθει να σας πάρει ένα ταξί. Ένα από τα πιο σημαντικά πράγματα, που είναι κρίσιμα για τη λειτουργία του κέντρου που καλείτε, είναι η ικανότητά του να συνδυάζει τους οδηγούς με τους επιβάτες με αποτελεσματικό τρόπο. Σκεφτείτε ότι υπάρχουν 6 πιθανά ταξί τα οποία μπορούν να έρθουν εγκαίρως να σας παραλάβουν. Πώς θα επιλέξει το κέντρο να σας παραχωρήσει ένα ταξί; Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε γράφο για να δούμε πώς μπορεί να πραγματοποιηθεί η διαδικασία επιλογής του κατάλληλου ταξί. Το πρώτο ταξί (Α) απέχει 12, το δεύτερο (Β) 5, το τρίτο (Γ) 10, το τέταρτο (Δ) 7, το πέμπτο (Ε) 13 και το έκτο (ΣΤ) 20 χιλιόμετρα.

α. Να σχεδιάσετε τον γράφο που αναπαριστά το πρόβλημα (πάνω στις ακμές γράψτε τα χιλιόμετρα).



β. Ποιον τύπο γράφου χρησιμοποιήσατε;

Κατευθυνόμενο

γ. Ποιο ταξί θα επιλέξει το κέντρο; Θεωρείστε ότι το μόνο κριτήριο για την επιλογή είναι η χιλιομετρική απόσταση.

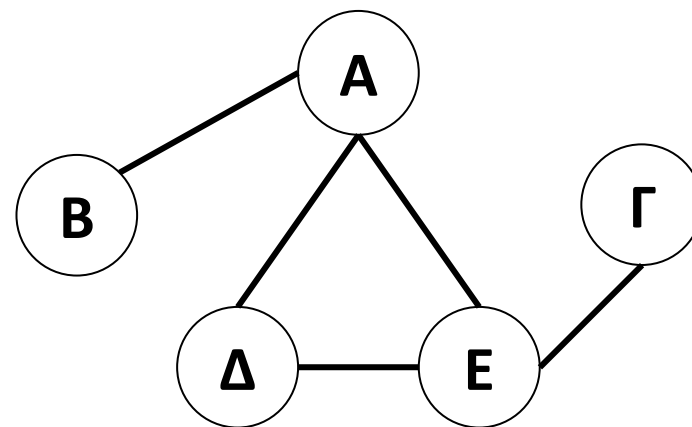
Πίνακας γειτνίασης / Παράδειγμα 1

Ο πίνακας γειτνίασης ενός γράφου, είναι ένας τετραγωνικός πίνακας με τόσες γραμμές και στήλες όσες οι κόμβοι του γράφου και με περιεχόμενα τις τιμές 0 και 1. Το 1 παριστάνει σύνδεση κόμβων, ενώ το 0 μη σύνδεση.

Εάν για παράδειγμα στη 2η γραμμή και στην 3η στήλη υπάρχει 1, σημαίνει πως ο 2ος κόμβος δείχνει τον 3ο κόμβο.

Με δεδομένο τον παρακάτω πίνακα γειτνίασης, σχεδιάστε τον αντίστοιχο γράφο.

	A	B	Γ	Δ	E
A	0	1	0	1	1
B	1	0	0	0	0
Γ	0	0	0	0	1
Δ	1	0	0	0	1
E	1	0	1	1	0

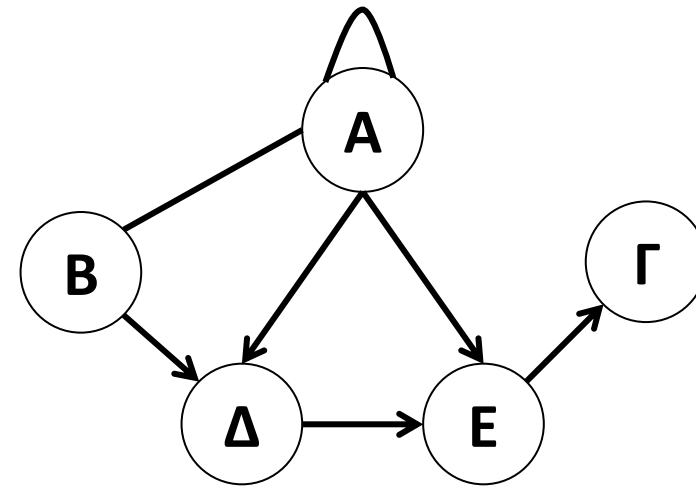


Πίνακας γειτνίασης / Παράδειγμα 2

Ο πίνακας γειτνίασης ενός γράφου, είναι ένας τετραγωνικός πίνακας με τόσες γραμμές και στήλες όσες οι κόμβοι του γράφου και με περιεχόμενα τις τιμές 0 και 1. Το 1 παριστάνει σύνδεση κόμβων, ενώ το 0 μη σύνδεση.

Εάν για παράδειγμα στη 2η γραμμή και στην 3η στήλη υπάρχει 1, σημαίνει πως ο 2ος κόμβος δείχνει τον 3ο κόμβο.

Με δεδομένο τον παρακάτω γράφο, σχεδιάστε τον αντίστοιχο πίνακα γειτνίασης.



	A	B	Γ	Δ	E
A	1	1	0	1	1
B	1	0	0	1	0
Γ	0	0	0	0	0
Δ	0	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0

Πίνακας γειτνίασης και αποστάσεων / Παράδειγμα 3

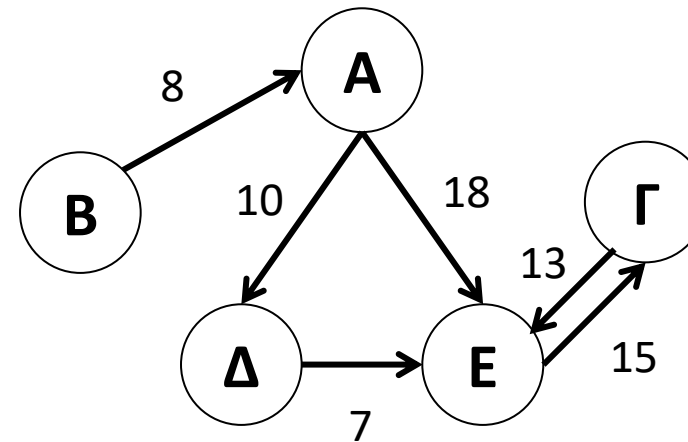
Ο πίνακας που ακολουθεί αναφέρει τους χρόνους μετάβασης, άρα και τις γειτνιάσεις μεταξύ πέντε κόμβων.

Εάν για παράδειγμα στη 1η γραμμή και στην 4η στήλη υπάρχει το 10, σημαίνει πως από τον κόμβο Α μπορούμε να μεταβούμε στον κόμβο Δ, σε 10 λεπτά.

Εάν δεν υπάρχει τρόπος μετάβασης από έναν κόμβο σε άλλον, στην αντίστοιχη θέση του πίνακα έχουμε την τιμή 0.

Με βάσει τον πίνακα αυτό, σχεδιάστε τον αντίστοιχο γράφο και βρείτε το μικρότερο χρόνο μετάβασης από τον Β στον Γ.

	A	B	Γ	Δ	Ε
A	0	0	0	10	18
B	8	0	0	0	0
Γ	0	0	0	0	13
Δ	0	0	0	0	7
Ε	0	0	15	0	0



$$B \xrightarrow{8} A \xrightarrow{10} \Delta \xrightarrow{7} E \xrightarrow{15} \Gamma \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{40}$$

$$B \xrightarrow{8} A \xrightarrow{18} E \xrightarrow{15} \Gamma \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{41}$$

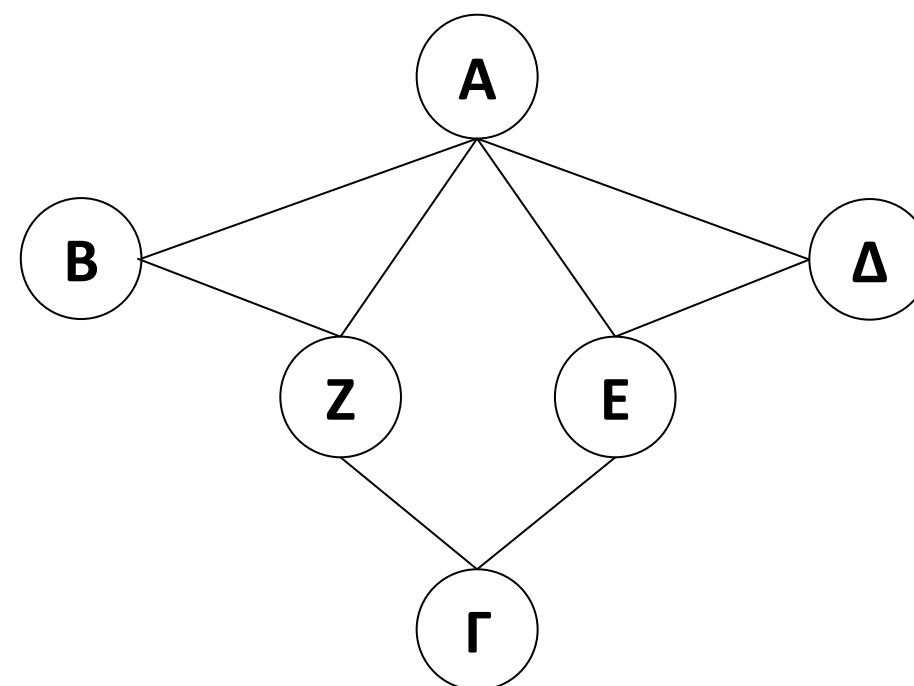
Άσκηση 97 / σελίδα 190

Ο πίνακας γειτνίασης ενός γράφου, είναι ένας τετραγωνικός πίνακας με τόσες γραμμές και στήλες όσες οι κόμβοι του γράφου και με περιεχόμενα τις τιμές 0 και 1. Το 1 παριστάνει σύνδεση κόμβων, ενώ το 0 μη σύνδεση.

Εάν για παράδειγμα στη 2η γραμμή και στην 3η στήλη υπάρχει 1, σημαίνει πως ο 2ος κόμβος δείχνει τον 3ο κόμβο.

Με δεδομένο τον παρακάτω πίνακα γειτνίασης, σχεδιάστε τον αντίστοιχο γράφο.

	A	B	Γ	Δ	E	Z
A	0	1	0	1	1	1
B	1	0	0	0	0	1
Γ	0	0	0	0	1	1
Δ	1	0	0	0	1	0
E	1	0	1	1	0	0
Z	1	1	1	0	0	0

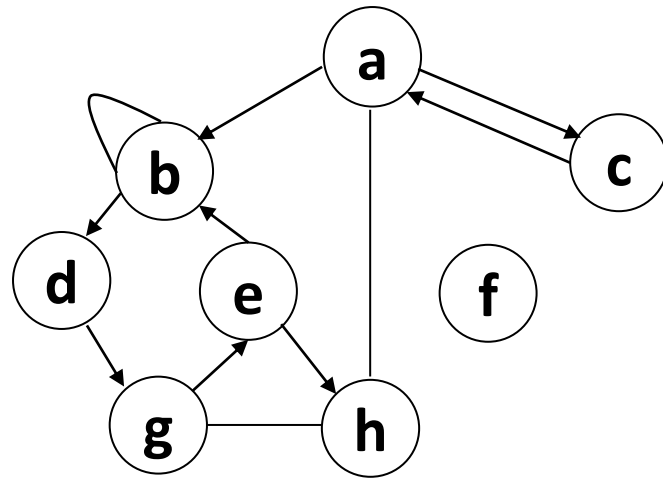


Άσκηση 98 / σελίδα 190

Ο πίνακας γειτνίασης ενός γράφου, είναι ένας τετραγωνικός πίνακας με τόσες γραμμές και στήλες όσες οι κόμβοι του γράφου και με περιεχόμενα τις τιμές 0 και 1. Το 1 παριστάνει σύνδεση κόμβων, ενώ το 0 μη σύνδεση.

Εάν για παράδειγμα στη 2η γραμμή και στην 3η στήλη υπάρχει 1, σημαίνει πως ο 2ος κόμβος δείχνει τον 3ο κόμβο.

Με δεδομένο τον παρακάτω γράφο, σχεδιάστε τον αντίστοιχο πίνακα γειτνίασης.



	a	b	c	d	e	f	g	h
a	0	1	1	0	0	0	0	1
b	0	1	0	1	0	0	0	0
c	1	0	0	0	0	0	0	0
d	0	0	0	0	0	0	1	0
e	0	1	0	0	0	0	0	1
f	0	0	0	0	0	0	0	0
g	0	0	0	0	1	0	0	1
h	1	0	0	0	0	0	1	0

Δένδρα – Γράφοι / Χρήσιμα

Τα μη κενά δένδρα έχουν μία ρίζα, οι γράφοι όχι υποχρεωτικά.

Στα δένδρα υπάρχουν κανόνες σύνδεσης μεταξύ των κόμβων, στους γράφους όχι.

Τα δένδρα είναι γράφοι, οι γράφοι δεν είναι πάντα δένδρα.

Τα δένδρα είναι κατευθυνόμενοι γράφοι.

www, facebook, twitter, είναι γράφοι με απλές και διπλές συνδέσεις.



Ενότητα 4

Θεωρία

1 – 44 / σελίδες 353 – 359

Ασκήσεις

Τις ασκήσεις που βρίσκονται στο αρχείο Χριστούγεννα