

Μάθημα 105

Γράφοι

Θεωρία – Παραδείγματα

Σωστό – Λάθος / σελίδες 161 – 163

90. Σε κάθε κόμβο ενός δένδρου καταλήγει μία και μόνο μία ακμή. (Σ) Λ
91. Το κενό δένδρο είναι το μόνο δένδρο χωρίς ρίζα. (Σ) Λ
92. Δεν υπάρχουν δομές δεδομένων όπου μετά από κάποιον κόμβο ακολουθούν περισσότεροι από ένας άλλοι κόμβοι. Σ (Λ)
93. Τα δένδρα καταλαμβάνουν συνεχόμενες θέσεις μνήμης στο υπολογιστικό σύστημα. Σ (Λ)
94. Όταν δύο κόμβοι συνδέονται μεταξύ τους με ακμή, τότε «γονέας» ονομάζεται ο κόμβος από τον οποίο ξεκινάει η ακμή και «παιδί» ο κόμβος στον οποίο καταλήγει η ακμή. (Σ) Λ
95. Όλοι οι κόμβοι ενός δένδρου, εκτός από τη ρίζα, έχουν ακριβώς έναν γονέα. (Σ) Λ
96. Σε ένα δένδρο, κόμβοι με τον ίδιο γονέα αποκαλούνται «αδέλφια». (Σ) Λ
97. Σε ένα δένδρο, οι κόμβοι χωρίς παιδιά ονομάζονται «φύλλα». (Σ) Λ
98. Κάθε δένδρο πρέπει να έχει τουλάχιστον δύο κόμβους. Σ (Λ)
99. Κάθε **μη κενό** δένδρο έχει υποχρεωτικά μία και μόνο ρίζα. Σ (Λ)
100. Σε ένα δένδρο, δεν υπάρχουν κόμβοι χωρίς παιδιά. Σ (Λ)
101. Για κάθε κόμβο ενός δένδρου υπάρχει μία μοναδική ακολουθία διαδοχικών ακμών, που ξεκινάει από τη ρίζα και τερματίζεται σε αυτόν. (Σ) Λ

Σωστό – Λάθος / σελίδες 161 – 163

102. Σε ένα δένδρο, οι κόμβοι από τους οποίους δεν ξεκινά ακμή ονομάζονται φύλλα. Σ Λ
103. Σε ένα δένδρο δεν μπορεί να υπάρχουν περισσότεροι από δύο κόμβοι «αδέλφια». Σ Λ
104. Σε ένα διατεταγμένο δένδρο, τα παιδιά κάθε κόμβου έχουν μια γραμμική σχέση μεταξύ τους. Σ Λ
105. Ένας κόμβος κάποιου δένδρου μπορεί να έχει κανένα, ένα ή περισσότερα παιδιά. Σ Λ
106. Τα δένδρα είναι γραμμικές δομές δεδομένων. Σ Λ
107. Υπάρχει περίπτωση ένα δένδρο να αποτελείται από έναν και μόνο κόμβο, τη ρίζα. Σ Λ
108. Σε ένα δένδρο, ο κόμβος χωρίς γονέα ονομάζεται «ρίζα» και βρίσκεται στην κορυφή του δένδρου. Σ Λ
109. Σε ένα δένδρο, υπάρχει η περίπτωση να υπάρχουν δύο ρίζες. Σ Λ
110. Μέσα σε ένα δένδρο μπορούμε να εντοπίσουμε άλλα μικρότερα δένδρα, που ονομάζονται υποδένδρα. Σ Λ
111. Δεδομένου ότι τα δένδρα διέπονται από ένα είδος φυσικής ιεραρχίας, προσφέρουν αποτελεσματική οργάνωση και διαχείριση δεδομένων. Σ Λ
112. Τα δένδρα είναι ισχυρή δομή δεδομένων γιατί η ίδια η δομή τους περιέχει πληροφορίες. Σ Λ
113. Το αριστερό ή το δεξί υποδένδρο ενός δυαδικού δένδρου μπορεί να είναι το κενό. Σ Λ
114. Στη ρίζα ενός διατεταγμένου δένδρου συνδέονται όλοι οι άλλοι κόμβοι άμεσα ή έμμεσα. Σ Λ
115. Οι δείκτες ενός κόμβου δένδρου είναι όσα και τα παιδιά του κόμβου αυτού. Σ Λ

Σωστό – Λάθος / σελίδες 161 – 163

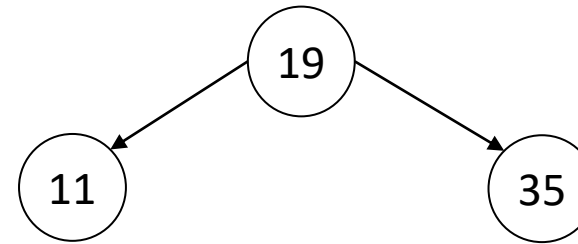
116. Σε ένα διατεταγμένο δένδρο κάθε ομάδα κόμβων που είναι αδέρφια είναι διατεταγμένη με βάση κάποια γραμμική σχέση. (Σ) Λ
117. Οι αλγόριθμοι αναζήτησης αξιοποιούν μία ειδική κατηγορία δυαδικών δένδρων, τα δυαδικά δένδρα αναζήτησης. Σ (Λ)
118. Τα δυαδικά δένδρα αναζήτησης αξιοποιούν την ιδέα της δυαδικής αναζήτησης. (Σ) Λ
119. Τα δυαδικά δένδρα αναζήτησης αποθηκεύουν τα δεδομένα με έναν τρόπο που επιτρέπει τον αποτελεσματικότερο εντοπισμό τους. (Σ) Λ
120. Μια ομάδα κόμβων που τοποθετούνται σε δένδρο μπορεί να διαμορφώσει πολλά διαφορετικά δυαδικά δένδρα αναζήτησης. (Σ) Λ
121. Όλα τα δυαδικά δένδρα αναζήτησης που μπορούν να διαμορφωθούν για ένα σύνολο δεδομένων είναι ισοδύναμα όσον αφορά στην ταχύτητα της λειτουργίας της αναζήτησης. Σ (Λ)
122. Τα δυαδικά δένδρα αναζήτησης συνδυάζουν τα πλεονεκτήματα των λιστών και των πινάκων. (Σ) Λ
123. Η ρίζα ενός δένδρου δεν μπορεί ποτέ να είναι φύλλο. Σ (Λ)
124. Σε ένα δυαδικό δένδρο, φύλλα συναντάμε μόνο στο αριστερό υποδένδρο. Σ (Λ)
125. Η ρίζα ενός δένδρου είναι ο μόνος κόμβος ενός δένδρου που δεν έχει γονέα. (Σ) Λ
126. Τα φύλλα ενός δένδρου είναι απομονωμένοι κόμβοι που δεν συνδέονται με άλλους κόμβους. Σ (Λ)

Σωστό – Λάθος / σελίδες 161 – 163

127. Σε ένα δυαδικό δένδρο, κάθε κόμβος-γονέας μπορεί να έχει το πολύ δύο παιδιά. (Σ) Λ
128. Δεν είναι δυνατό να υπάρχουν δύο διαφορετικές διαδρομές από την ρίζα προς έναν άλλον κόμβο ενός δένδρου. (Σ) Λ
129. Σε ένα δυαδικό δένδρο, κάθε κόμβος έχει μηδέν, ένα ή δύο υποδένδρα. (Σ) Λ
130. Σε ένα δένδρο, κάθε κόμβος-γονέας μπορεί να έχει οποιονδήποτε αριθμό παιδιών. (Σ) Λ
131. Μπορούν να υπάρχουν διαφορετικές δομές δυαδικών δένδρων αναζήτησης που αποθηκεύουν τα ίδια στοιχεία. (Σ) Λ
132. Τα δένδρα είναι δομές δεδομένων τυχαίας προσπέλασης. Σ (Λ)
133. Ένα δένδρο μπορεί να παρασταθεί με πίνακα. (Σ) Λ
134. Κάθε απλά διατεταγμένη λίστα μπορεί να θεωρηθεί ως δένδρο. (Σ) Λ
135. Υπάρχει μη κενή διπλά διατεταγμένη λίστα, η οποία είναι δένδρο.
έχει δύο ρίζες Σ (Λ)

Εξετάσεις 2022 / Θέμα Α2β

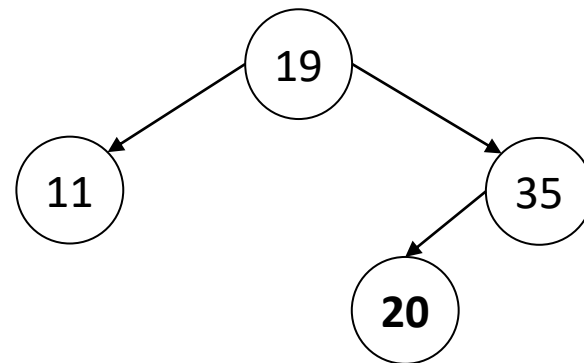
Δίνεται το διπλανό δυαδικό δένδρο αναζήτησης:



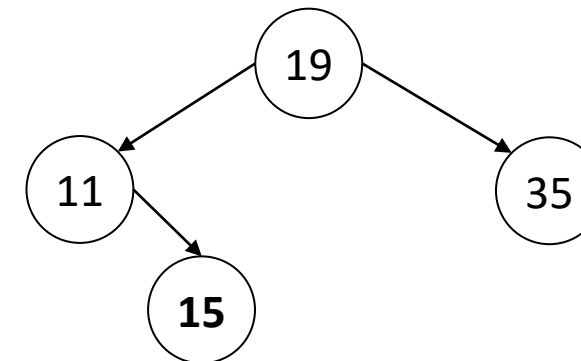
Στο δένδρο αυτό προστίθεται μόνον ένας νέος κόμβος.

Να σχεδιάσετε στο τετράδιό σας το νέο δένδρο, όπως θα διαμορφωθεί, σε κάθε περίπτωση, μετά την προσθήκη του νέου κόμβου στο αρχικό δένδρο:

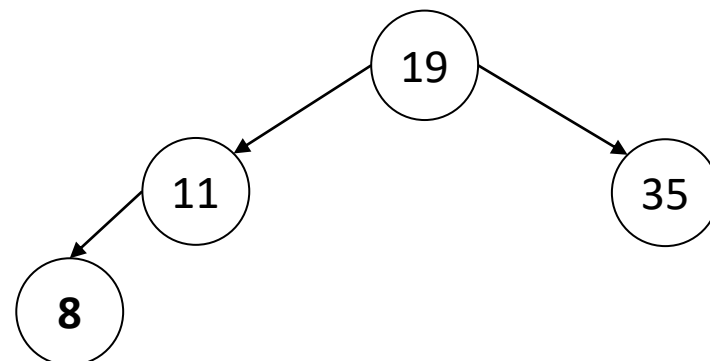
Περίπτωση 1. 20



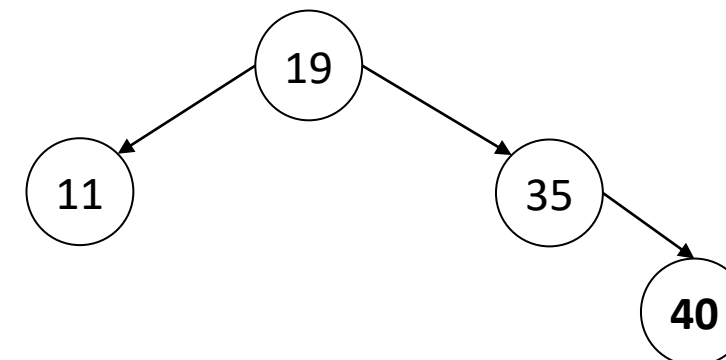
Περίπτωση 2. 15



Περίπτωση 3. 8

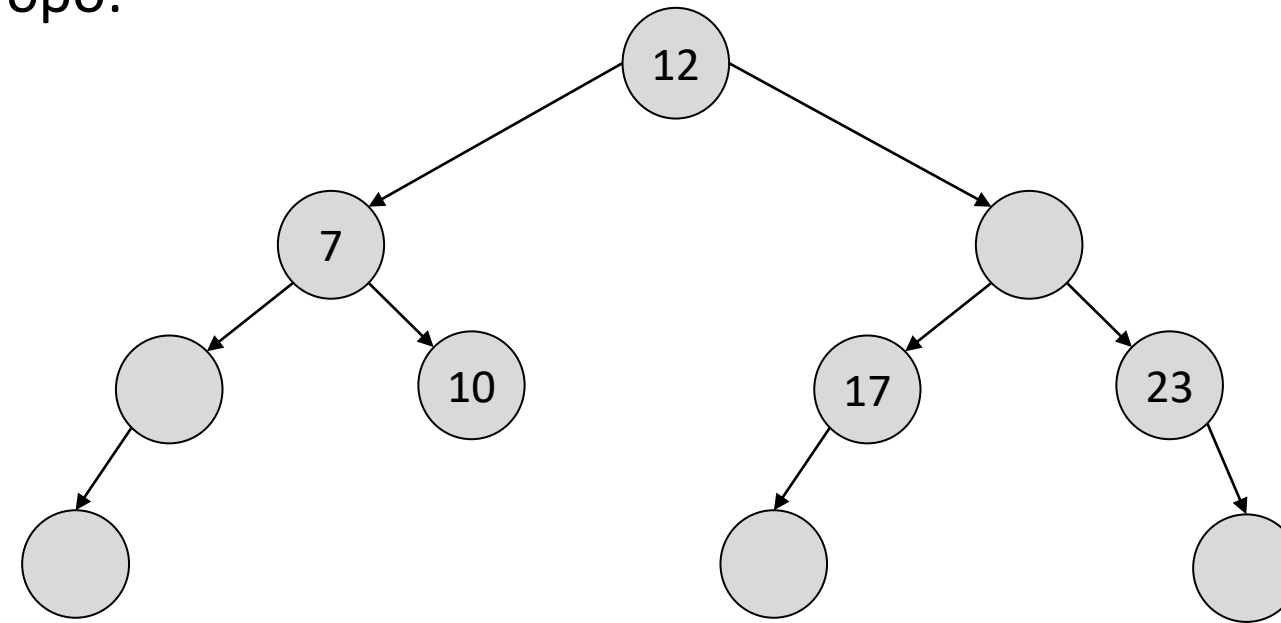


Περίπτωση 4. 40

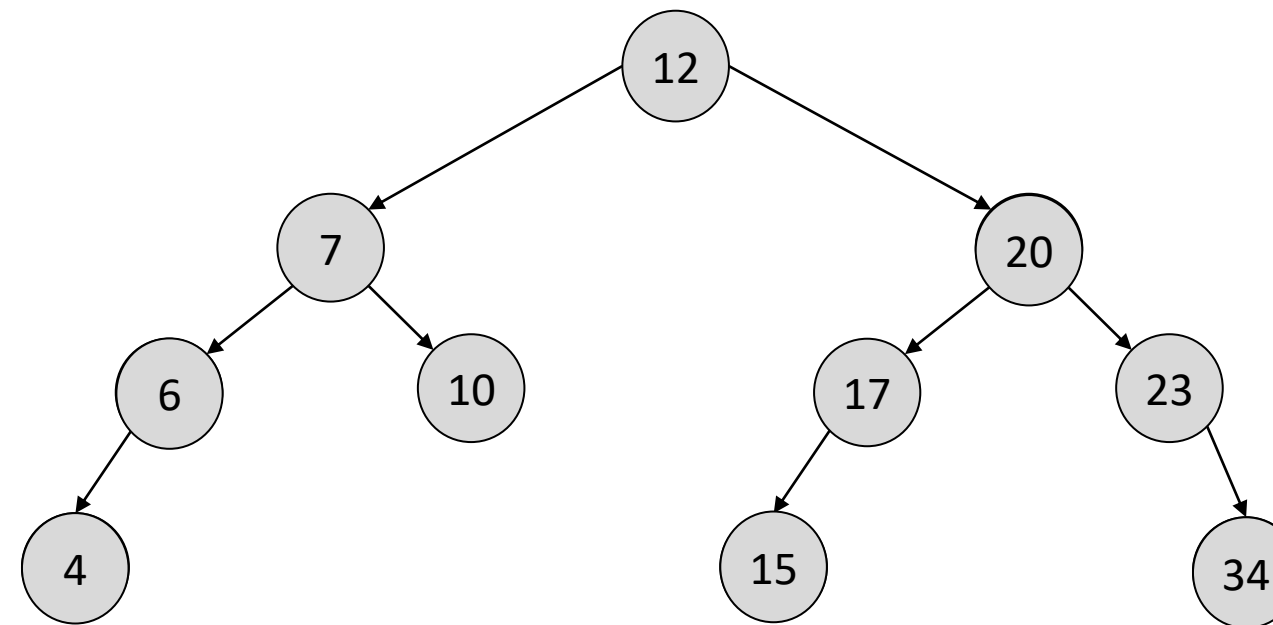


Εξετάσεις 2023 / Θέμα Α2

Δίνεται το διπλανό δυαδικό δένδρο:

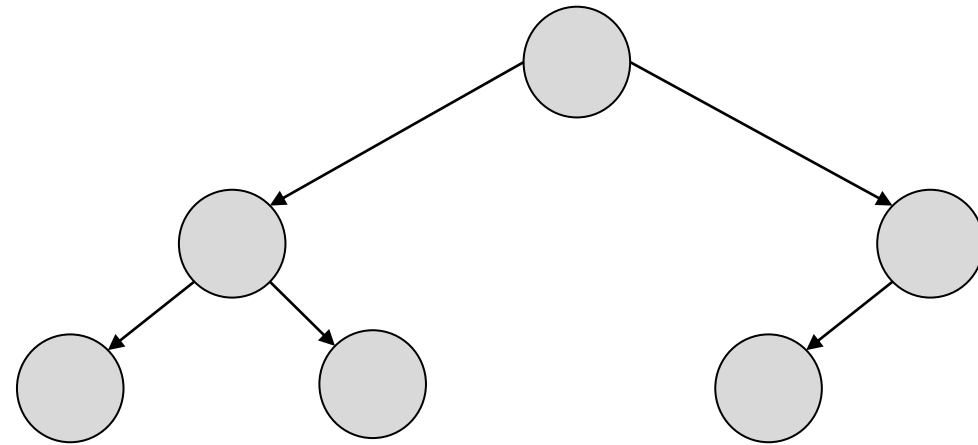


Τοποθετείστε στους κόμβους του τις τιμές: 4, 6, 15, 20, 34, ώστε το δένδρο να είναι δυαδικό δένδρο αναζήτησης.

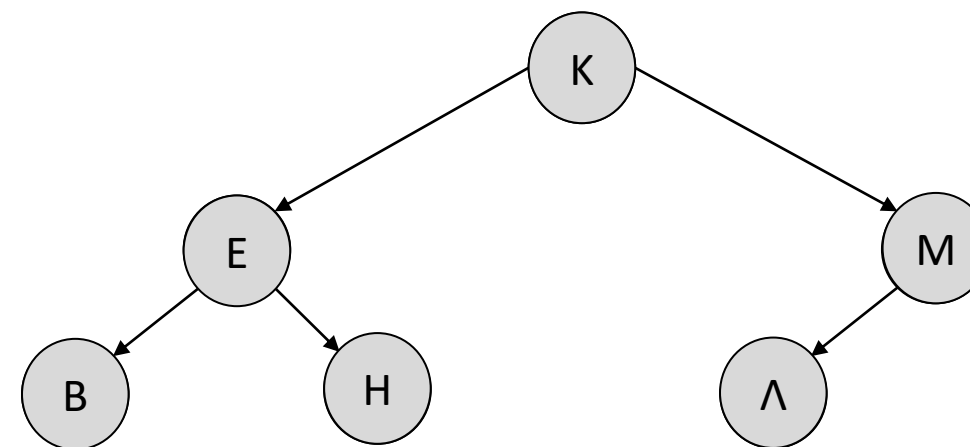
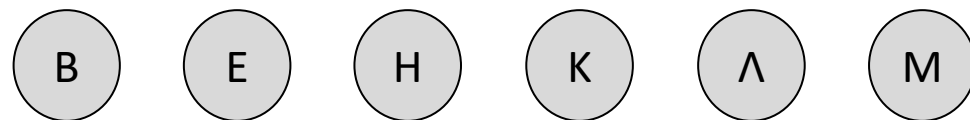


Εξετάσεις 2023 επαναληπτικές / Θέμα Α2

Δίνεται η ακολουθία γραμμάτων Κ, Ε, Β, Η, Μ, Λ, τα οποία εισάγονται σε παρακάτω δένδρο αναζήτησης με τη σειρά. Τοποθετείστε τα γράμματα στη σωστή θέση, ώστε να προκύψει το ακόλουθο δυαδικό δένδρο αναζήτησης. Το πρώτο γράμμα της ακολουθίας είναι η ρίζα του δένδρου.



Τοποθετούμε τα γράμματα σε αύξουσα σειρά.

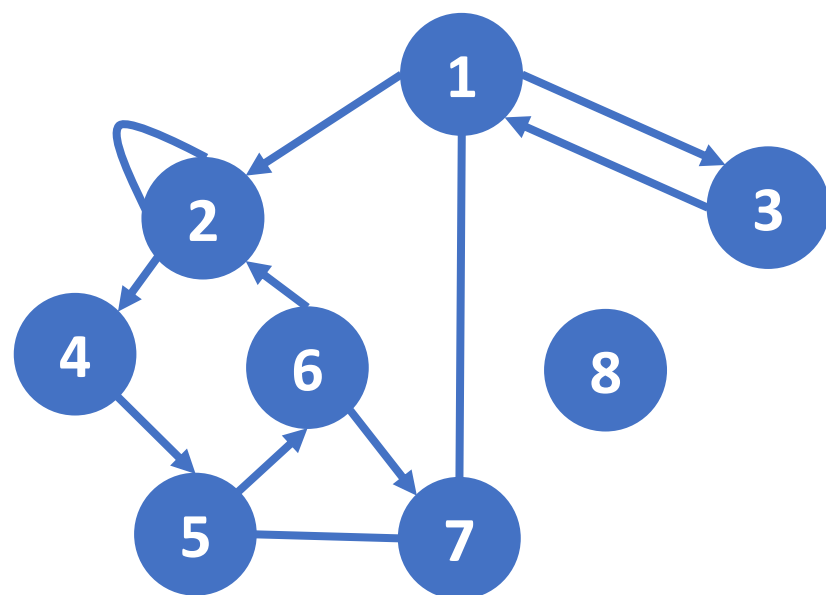


Δομή δεδομένων Γράφος / Ορισμός – Παράδειγμα

Τι είναι η δομή γράφος;

Ένας γράφος (graph) είναι μία δομή που αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων (ή σημείων ή κορυφών) και ένα σύνολο γραμμών (ή ακμών ή τόξων) που ενώνουν μερικούς ή όλους τους κόμβους.

Ο γράφος αποτελεί την πιο γενική δομή δεδομένων, με την έννοια ότι όλες οι προηγούμενες δομές που παρουσιάστηκαν μπορούν να θεωρηθούν περιπτώσεις γράφων.



Παραδείγματα γράφων

Facebook

Twitter

Παγκόσμιος ιστός

Αεροπορικές συνδέσεις μεταξύ αεροδρομίων

Δρομολόγια λεωφορείων

Γεωγραφικός χάρτης

Σε τι διαφέρει ένας γράφος από ένα δένδρο;

- Στα δένδρα έχουμε μόνο κατευθυνόμενες ακμές (μονόδρομες από τη ρίζα προς τα φύλλα) ενώ στους γράφους οι ακμές μπορούν να έχουν διπλή κατεύθυνση (μη κατευθυνόμενοι γράφοι).
- Ένας γράφος μπορεί να έχει κυκλικούς δεσμούς (σύνδεση κόμβου με τον εαυτό του), ενώ ένα δένδρο όχι.
- Τα μη κενά δένδρα έχουν κόμβο ρίζα, οι γράφοι όχι υποχρεωτικά.
- Στα δένδρα υπάρχει μοναδική διαδρομή που οδηγεί σε κάποιον κόμβο, στους γράφους μπορείς να καταλήξεις σε κάποιο κόμβο μέσω πολλών διαδρομών.

Δομή δεδομένων Γράφος / Διάφορες περιπτώσεις

Facebook:



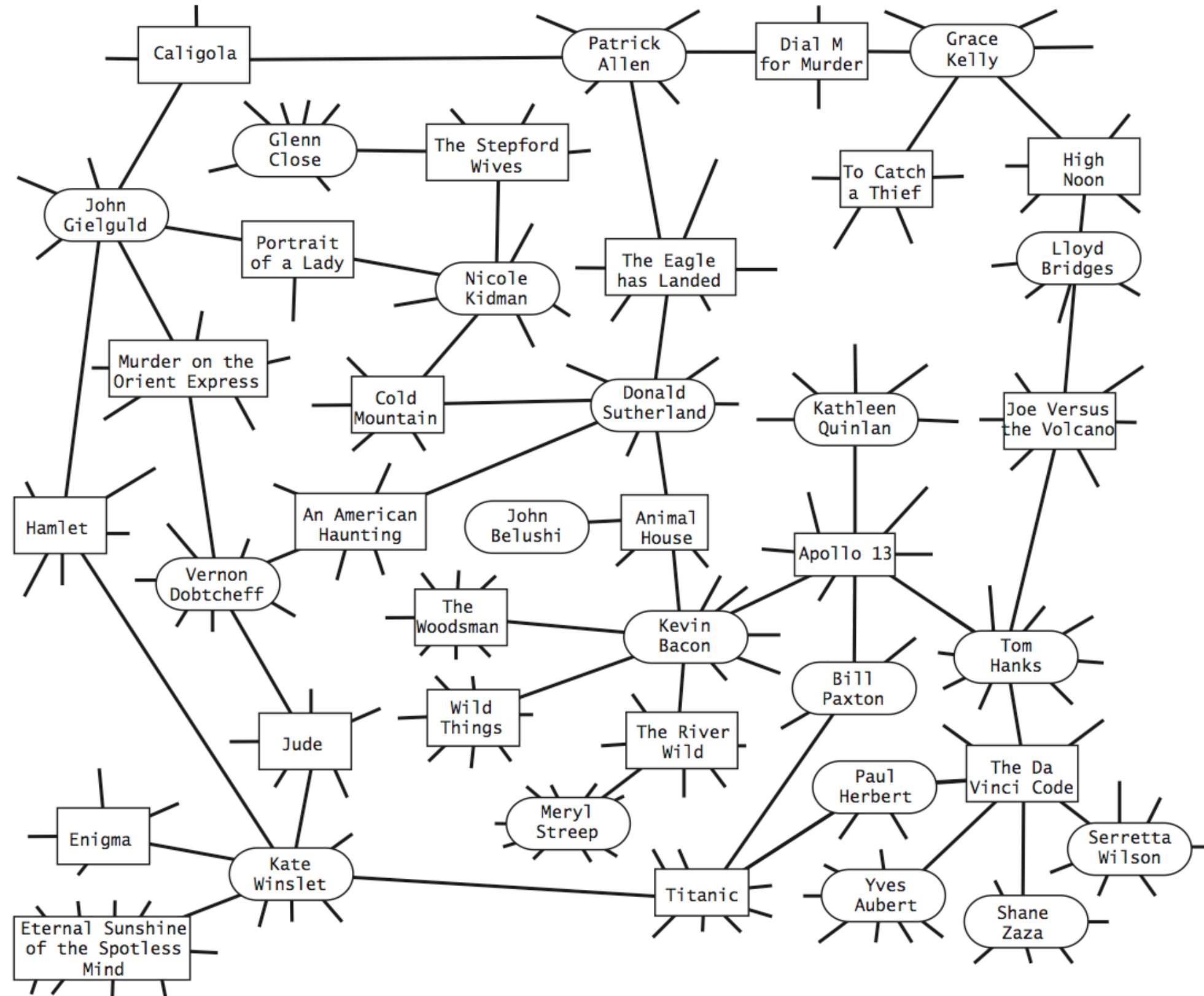
Δομή δεδομένων Γράφος / Διάφορες περιπτώσεις

Αεροπορικές συνδέσεις:



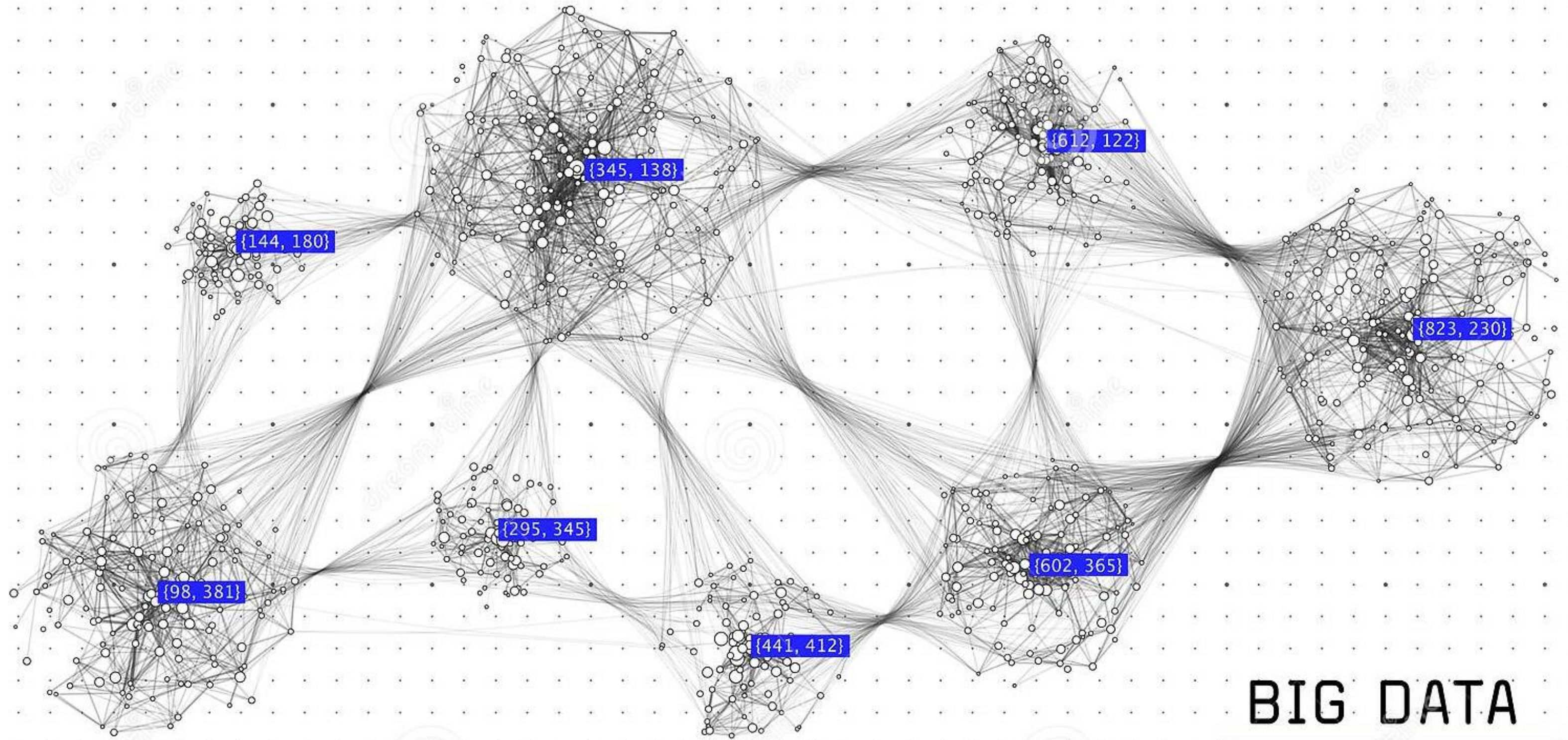
Δομή δεδομένων Γράφος / Διάφορες περιπτώσεις

Σύνδεση ηθοποιών και ταινιών:



Δομή δεδομένων Γράφος / Διάφορες περιπτώσεις

Δίκτυο επικοινωνιών:



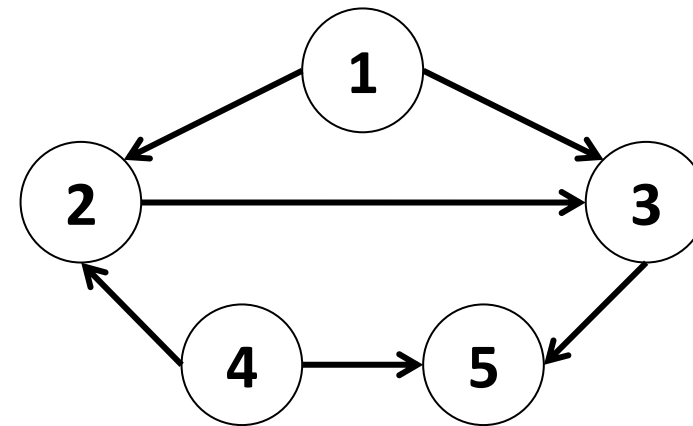
BIG DATA

ANALYSIS & VISUALIZATION

Δομή δεδομένων Γράφος / Μορφές

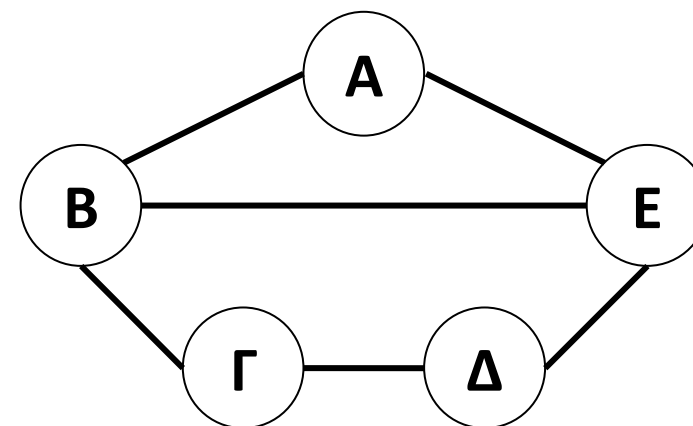
Ποιες είναι οι μορφές που μπορεί να έχει ένας γράφος;

Εάν όλες οι ακμές σε έναν γράφο έχουν κατεύθυνση (που σημαίνει μονόδρομη), ονομάζεται κατευθυνόμενος γράφος.



Κατευθυνόμενος

Εάν οι ακμές σε έναν γράφο δεν έχουν κατεύθυνση (ή αλλιώς όλες οι ακμές έχουν διπλή κατεύθυνση), ονομάζεται μη κατευθυνόμενος γράφος.



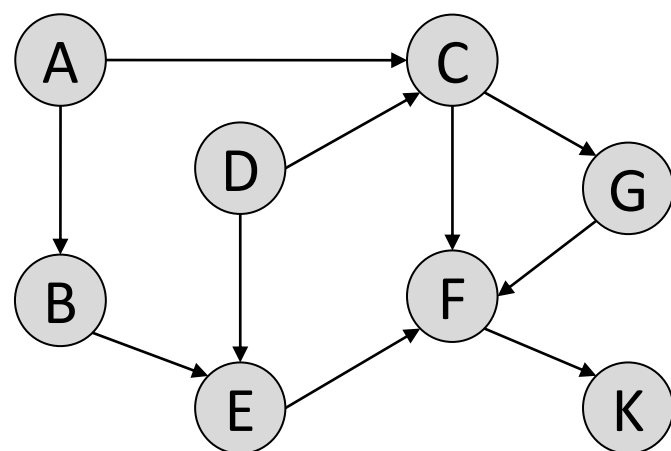
Μη
κατευθυνόμενος

Γράφοι κατευθυνόμενοι και μη / Παράδειγμα

Για καθέναν από τους επόμενους γράφους:

- α. Να εντοπίσετε τους κατευθυνόμενους, τους μη κατευθυνόμενους και τους μεικτούς.
- β. Για τους κατευθυνόμενους γράφους, να απαντήσετε στο ερώτημα αν υπάρχει η δυνατότητα μετακίνησης από τον πρώτο κόμβο (1 ή A) σε όλους τους άλλους.

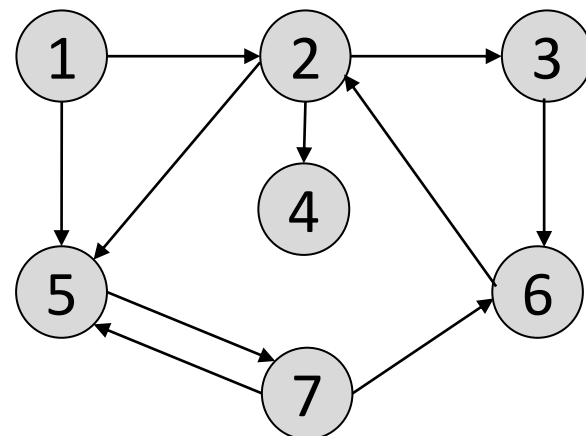
i.



Κατευθυνόμενος

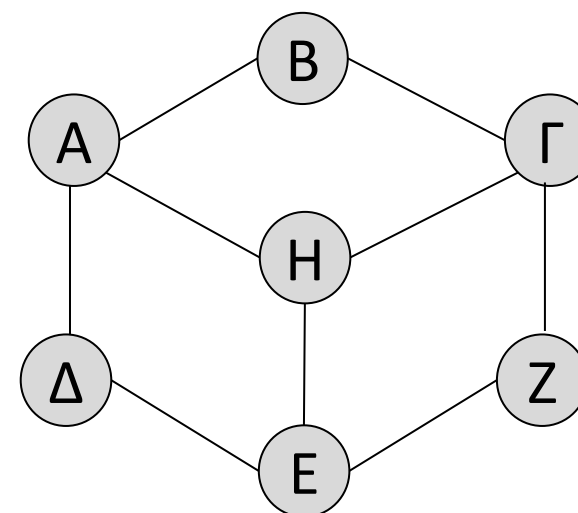
**Δεν έχουμε πρόσβαση
από τον A στον D**

ii.



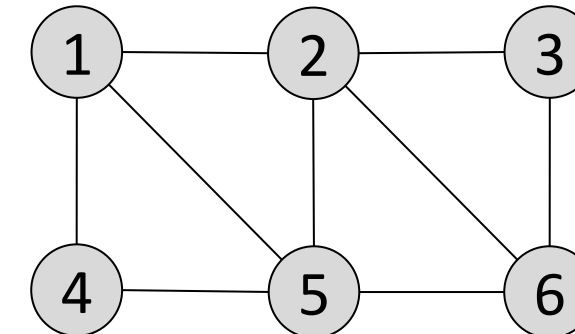
Μεικτός

iii.



**Μη
Κατευθυνόμενος**

iv.



**Μη
Κατευθυνόμενος**

Δομή δεδομένων Γράφος / Παράδειγμα σχεδίασης 1

Ένα τοπικό δίκτυο αποτελείται από έναν κεντρικό υπολογιστή (SERVER) και πέντε περιφερειακούς που συνδέονται μεταξύ τους σε σειρά. Ο SERVER μπορεί να ανταλλάσσει απευθείας δεδομένα με κάθε έναν από τους πέντε υπολογιστές, ενώ οι υπολογιστές μπορούν να στέλνουν δεδομένα στον επόμενο στη σειρά και να λαμβάνουν από τον προηγούμενο. Συγκεκριμένα:

- Το PC_1 στέλνει δεδομένα στο PC_2.
- Το PC_2 στέλνει δεδομένα στο PC_3 και λαμβάνει δεδομένα από το PC_1.
- Το PC_3 στέλνει δεδομένα στο PC_4 και λαμβάνει δεδομένα από το PC_2.
- Το PC_4 στέλνει δεδομένα στο PC_5 και λαμβάνει δεδομένα από το PC_3.

α. Να σχεδιάσετε τον γράφο που μοντελοποιεί την παραπάνω περιγραφή. Τι τύπο γράφου θα επιλέξετε;

ΜΕΙΚΤΟ

β. Με ποιους τρόπους μπορεί το PC4, να λάβει δεδομένα από το PC_1;

PC_1 → PC_2 → PC_3 → PC_4

PC_1 → PC_2 → SERVER → PC_4

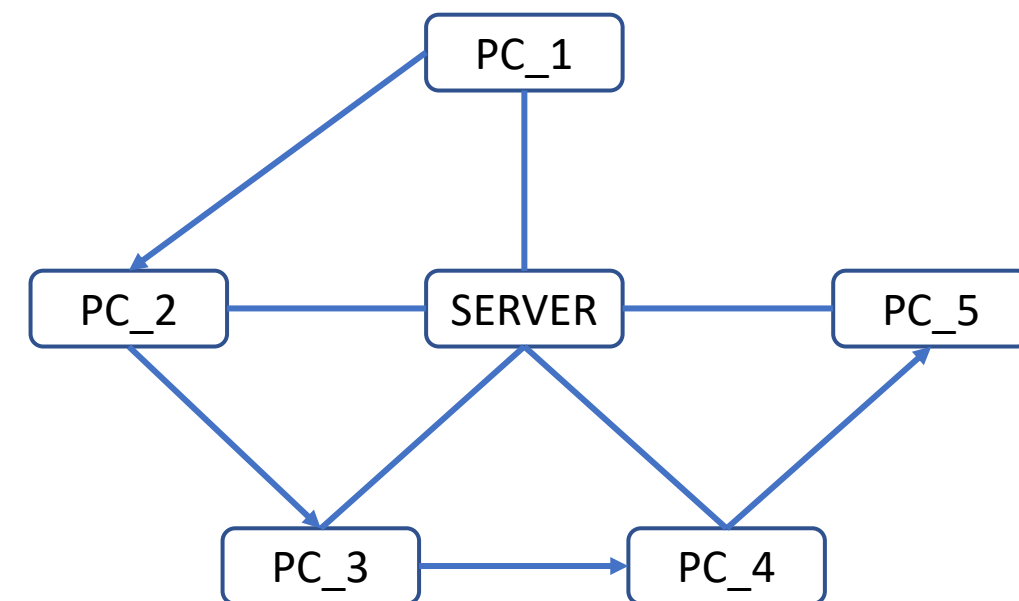
PC_1 → PC_2 → SERVER → PC_3 → PC_4

PC_1 → PC_2 → PC_3 → SERVER → PC_4

PC_1 → SERVER → PC_2 → PC_3 → PC_4

PC_1 → SERVER → PC_3 → PC_4

PC_1 → SERVER → PC_4



Δομή δεδομένων Γράφος / Παράδειγμα σχεδίασης 2

Οι έξι μαθητές ενός τμήματος είναι ή ANNA, ο ΑΔΑΜ, η ΕΥΑ, ο ΗΛΙΑΣ, ο ΚΩΣΤΑΣ και η ΜΑΡΙΑ και ορισμένοι είναι φίλοι σε κάποιο μέσο κοινωνικής δικτύωσης με κάποιους άλλους. Συγκεκριμένα :

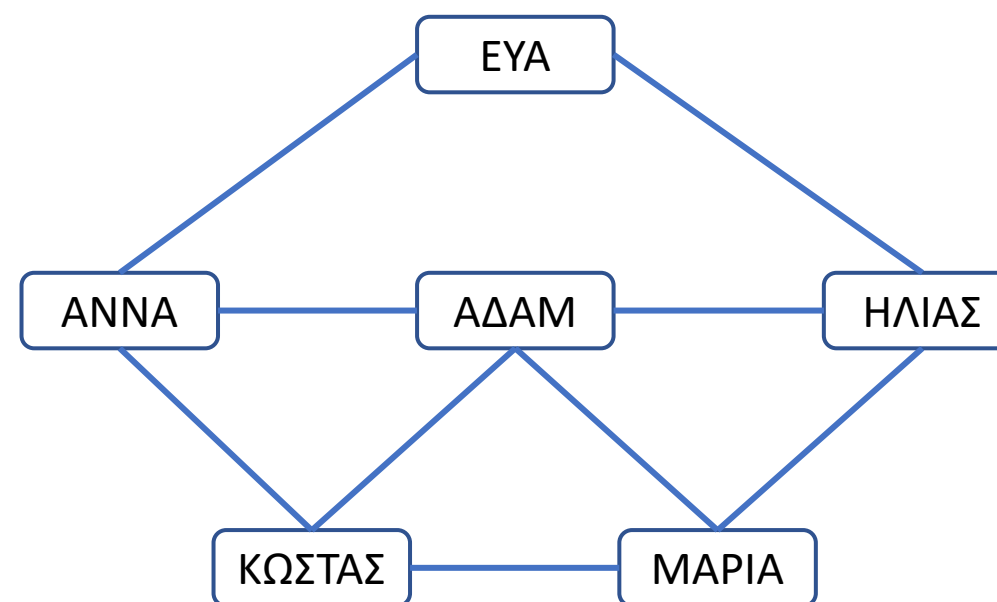
- Η ANNA με την ΕΥΑ, τον ΑΔΑΜ και τον ΚΩΣΤΑ.
- Η ΕΥΑ με την ANNA και τον ΗΛΙΑ.
- Ο ΗΛΙΑΣ με την ΕΥΑ, τον ΑΔΑΜ και τη ΜΑΡΙΑ.
- Ο ΚΩΣΤΑΣ με την ANNA, τον ΑΔΑΜ και τη ΜΑΡΙΑ.
- Η ΜΑΡΙΑ με τον ΑΔΑΜ, τον ΚΩΣΤΑ και τον ΗΛΙΑ.
- Ο ΑΔΑΜ με όλους πλην της ΕΥΑΣ.

α. Να σχεδιάσετε τον γράφο που μοντελοποιεί την παραπάνω περιγραφή. Τι τύπο γράφου θα επιλέξετε;

ΜΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΟ

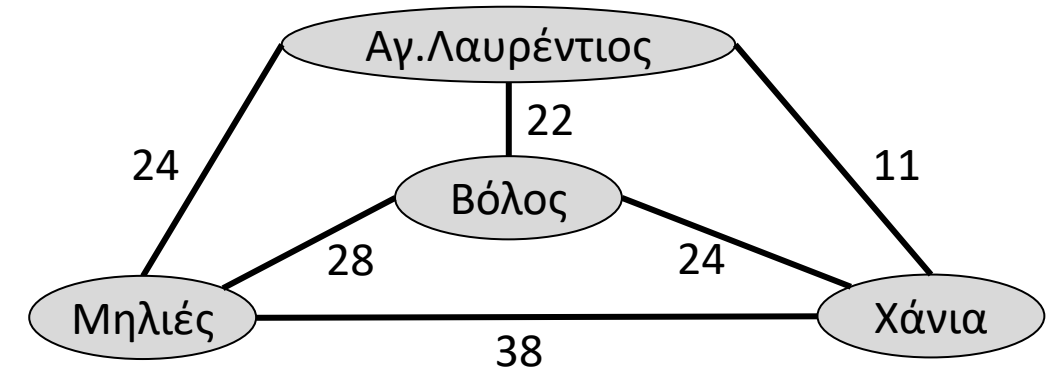
β. Πόσες φιλίες υπάρχουν;

ΕΝΝΕΑ (όσες και οι ακμές)



Ελάχιστη διαδρομή / Παράδειγμα 1

Δίνεται ο διπλανός μη κατευθυνόμενος γράφος, ο οποίος απεικονίζει το Βόλο και 3 χωριά του Πηλίου καθώς και τις οδικές συνδέσεις μεταξύ τους. Η χιλιομετρική απόσταση της κάθε διαδρομής έχει αποτυπωθεί αριθμητικά πάνω σε κάθε ακμή του γράφου.



Επιθυμούμε να ξεναγήσουμε έναν φίλο μας και ξεκινώντας από το Βόλο, να περάσουμε μία φορά από κάθε χωριό και στη συνέχεια να επιστρέψουμε στο Βόλο. Ποια είναι η συντομότερη διαδρομή για τη μετακίνηση;

Α' τρόπος (όλες οι διαδρομές)

- $$\text{Βόλος} \xrightarrow{28} \text{Μηλιές} \xrightarrow{24} \text{Αγ.Λαυρέντιος} \xrightarrow{11} \text{Χάνια} \xrightarrow{24} \text{Βόλος} \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{87}$$
- $$\text{Βόλος} \xrightarrow{28} \text{Μηλιές} \xrightarrow{38} \text{Χάνια} \xrightarrow{11} \text{Αγ.Λαυρέντιος} \xrightarrow{22} \text{Βόλος} \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{99}$$
- $$\text{Βόλος} \xrightarrow{24} \text{Χάνια} \xrightarrow{38} \text{Μηλιές} \xrightarrow{24} \text{Αγ.Λαυρέντιος} \xrightarrow{22} \text{Βόλος} \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{108}$$
- $$\text{Βόλος} \xrightarrow{24} \text{Χάνια} \xrightarrow{11} \text{Αγ.Λαυρέντιος} \xrightarrow{24} \text{Μηλιές} \xrightarrow{28} \text{Βόλος} \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{87}$$
- $$\text{Βόλος} \xrightarrow{22} \text{Αγ.Λαυρέντιος} \xrightarrow{24} \text{Μηλιές} \xrightarrow{38} \text{Χάνια} \xrightarrow{24} \text{Βόλος} \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{108}$$
- $$\text{Βόλος} \xrightarrow{22} \text{Αγ.Λαυρέντιος} \xrightarrow{11} \text{Χάνια} \xrightarrow{38} \text{Μηλιές} \xrightarrow{28} \text{Βόλος} \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{99}$$

Β' τρόπος (Κάθε φορά στον πλησιέστερο κόμβο)

- $$\text{Βόλος} \xrightarrow{22} \text{Αγ.Λαυρέντιος} \xrightarrow{11} \text{Χάνια} \xrightarrow{38} \text{Μηλιές} \xrightarrow{28} \text{Βόλος} \xrightarrow{\text{σύνολο}} \mathbf{99}$$

Ελάχιστη διαδρομή / Παράδειγμα 2

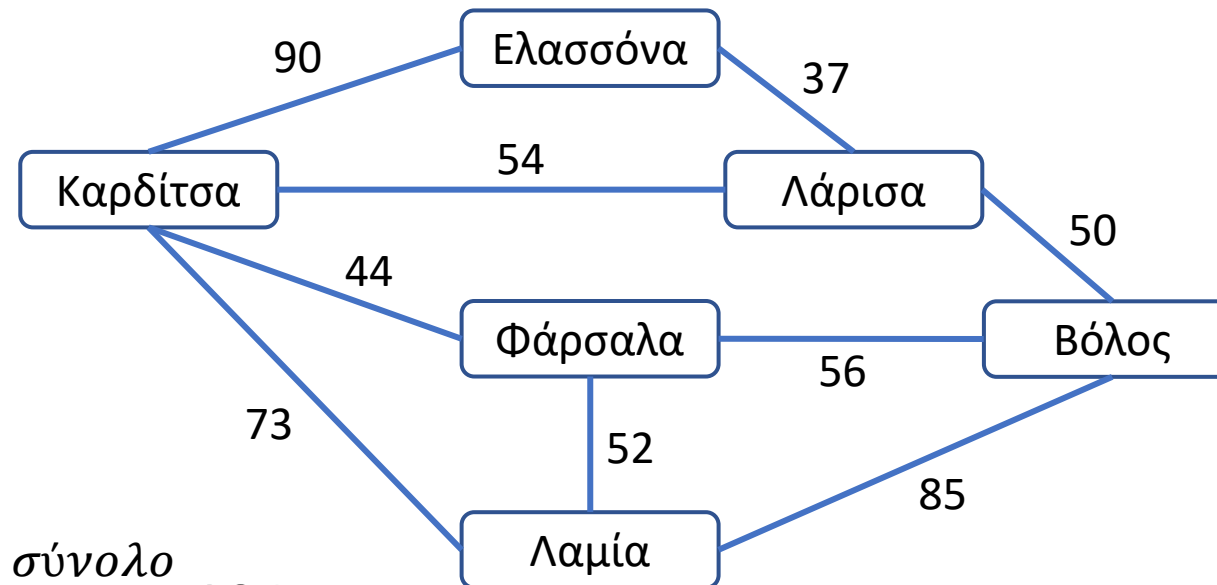
Στο διπλανό πίνακα φαίνονται οι χρόνοι σε λεπτά για τη μετάβαση μεταξύ 6 πόλεων.

α. Να σχεδιάσετε τον γράφο που μοντελοποιεί την παραπάνω περιγραφή.

Τι τύπο γράφου θα επιλέξετε;

β. Να αποτυπώσετε όλες τις διαδρομές για τη μετάβαση από το Βόλο στην Καρδίτσα και να εντοπίσετε τη γρηγορότερη.

α. Μη κατευθυνόμενο.



β. Βόλος $\xrightarrow{50}$ Λάρισα $\xrightarrow{54}$ Καρδίτσα $\xrightarrow{\text{σύνολο}}$ **104**

Βόλος $\xrightarrow{50}$ Λάρισα $\xrightarrow{37}$ Ελασσόνα $\xrightarrow{90}$ Καρδίτσα $\xrightarrow{\text{σύνολο}}$ **177**

Βόλος $\xrightarrow{56}$ Φάρσαλα $\xrightarrow{44}$ Καρδίτσα $\xrightarrow{\text{σύνολο}}$ **100**

Βόλος $\xrightarrow{85}$ Λαμία $\xrightarrow{73}$ Καρδίτσα $\xrightarrow{\text{σύνολο}}$ **158**

Βόλος $\xrightarrow{56}$ Φάρσαλα $\xrightarrow{52}$ Λαμία $\xrightarrow{44}$ Καρδίτσα $\xrightarrow{\text{σύνολο}}$ **152**

Βόλος $\xrightarrow{85}$ Λαμία $\xrightarrow{52}$ Φάρσαλα $\xrightarrow{44}$ Καρδίτσα $\xrightarrow{\text{σύνολο}}$ **181**

Αφετηρία	Προορισμός	Χρόνος
Λάρισα	Βόλος	50
Λάρισα	Ελασσόνα	37
Βόλος	Λαμία	85
Βόλος	Φάρσαλα	56
Λαμία	Φάρσαλα	52
Λαμία	Καρδίτσα	73
Καρδίτσα	Λάρισα	54
Καρδίτσα	Ελασσόνα	90
Καρδίτσα	Φάρσαλα	44

Ενότητα 4

Σωστό – Λάθος

136 – 156 / σελίδες 163 – 164

Ασκήσεις

89, 90, 91 / σελίδα 187

92, 93 / σελίδα 188

94, 95, 96 / σελίδες 189